Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física Estadística II (FS-4112)
Sep-Dic 2006

Problemas I

1. Calcular el volumen del espacio de fase para un gas ideal:

$$\Phi_E = \left(\frac{4}{3}m\frac{E}{N}\right)^{\frac{3N}{2}} \left(\frac{V}{N}^N \frac{e^{\frac{5N}{2}}}{h^{3N}}\right)$$

   (a) Calcular la densidad de estados $\Omega(E, V, N)$
   (b) Verificar que para $N \to \infty$, $\ln(\Omega(E, N, V)) \cong \ln(\Phi_E)$
   (c) Demostrar que $\Omega(E, V, N)$ incrementa su valor muy rápido con el valor de la energía microscópica E.
   Para ello, demostrar que

$$\frac{\Omega(E-\Delta, V, N)}{\Omega(E, V, N)} \approx e^{-\beta\Delta};\ \beta = \frac{1}{kT}$$

Interacción eléctrica entre sistemas microscópicos.

2. Describir la aproximación al equilibrio termodinámico de dos sistemas inicalmente separados y en equilibrio con energías iniciales E_i^1; E_i^2.
   Luego de termalizar los sistemas tienen energías E_f^1; E_f^2.
   analizar cuantitativamente los cambios de la función entropía.

3. Un sistema A está en contacto con otro sistema y absorbe una cantidad de calor o energía Q muy pequeña, tal que: $|Q| \ll E - E_0$. Es decir, la cantidad de energía absorbida $\Delta E = Q$ del sistema A es pequeña con respecto a la energía microscópica E del sistema sobre la energía del estado base E_0. (E_0 se puede reescalar a cero). Demostrar entonces que el proceso de absolver la cantidad de calor Q la entropía $S = k \ln \Omega$, de un sistema a la temperatura $T = \frac{k}{\beta}$, es tal que: $|\Delta S| = \frac{Q}{T}$

Un caso simple para visualizar las ideas de ergodicidad y el teorema sobre la invariancia adiabática del volumen del espacio de fase Φ^*.

4. Analizar el pendulo de masa m y longitud l con función de Hamilton dada por $H(\alpha, p, l)$, la longitud es un parameto que cambia en el tiempo con una velocidad dada por un agente exterior. Finalmente demostrar la invariancia adiabática del volumen del espacio de fase $d\Phi^* = 0$ cuando se cambia la longitud del péndulo lo suficientemente despacio, Los siguientes pasos ayudan:

$$E_K = \frac{1}{2}ml^2\alpha^2 \qquad E_p = -mgl\cos\alpha \qquad \cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$H(\alpha, p, l) = \frac{p^2\alpha}{2ml^2} + \frac{mgl}{2}\alpha^2 - mgl = E \qquad \Phi^* = \iint_{H\leq E} d\alpha dp_\alpha$$

Demostrar que:

$$\Phi^* = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}(E + mgl)$$

Demostrar que en cada momento la fuerza que soporta la cuerda está dada por:

$$K = -\frac{\partial H}{\partial l} = \frac{p\alpha}{ml^3} - \frac{mg\alpha^2}{2} + mg$$